

フリーウェアによる 3D 描画

作花一志 真尾朋行（京都情報大学院大学）

3D-Drawing by FreeWare

Kazushi Sakka Tomoyuki Mao

(Kyoto College of Graduate Studies for Informatics)

概 要

フリーソフトを用いて数式および数値計算の結果を視覚的に表示するプログラムを制作した。これを用いた授業で次のような事項の理解に有効であった。

- gnuplot による 2 変数関数の立体グラフ
- gnuplot による数値計算（非線型方程式の解法，最小二乗法など）
- metasequoia による 2 変数関数の立体グラフ
- metasequoia によるアニメーション

1) はじめに

1 変数で与えられる関数のグラフを描くことは高校以来何度も体験しているが，2 変数関数によるグラフ描画は一般に非常に困難である。3D 描画ソフトは高価で操作法にも訓練を要するが，Scilab, gnuplot, metasequoia などのフリーウェアを使えば初心者でも容易に $z=f(x,y)$ のグラフを描くことができる。この小文ではわれわれが開発中のものを紹介する。

2) gnuplot によるグラフ描画と数値計算

gnuplot で $y=\sin(x)$ のグラフを描くには単に

```
plot sin(x)
```

というコマンドだけでよい。

```
plot sin(x),cos(x),sin(x)+cos(x)
```

とすれば 3 個のグラフが同じ座標軸に自動的に色分けされて描かれるので，三角関数の合成の理解に役立つ。なお媒介変数や極座標で与えられた数式でも容易に描画できる。

2 変数関数 $z=f(x,y)$ の場合は `splot` コマンドで描画できる。

```
splot x+y により平面が
```

```
splot x*y+x*x+y*y により 2 次曲面が描かれ
```

```
splot x*y+x*x+y*y,x+y によりその両者が色分けされて描かれる。
```

図 1 は重力ポテンシャル $z = -\frac{c}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ を描いたものである。

各コマンドを editor に書いて plt という拡張子で保存すれば、直ちに実行できるプログラムができる。

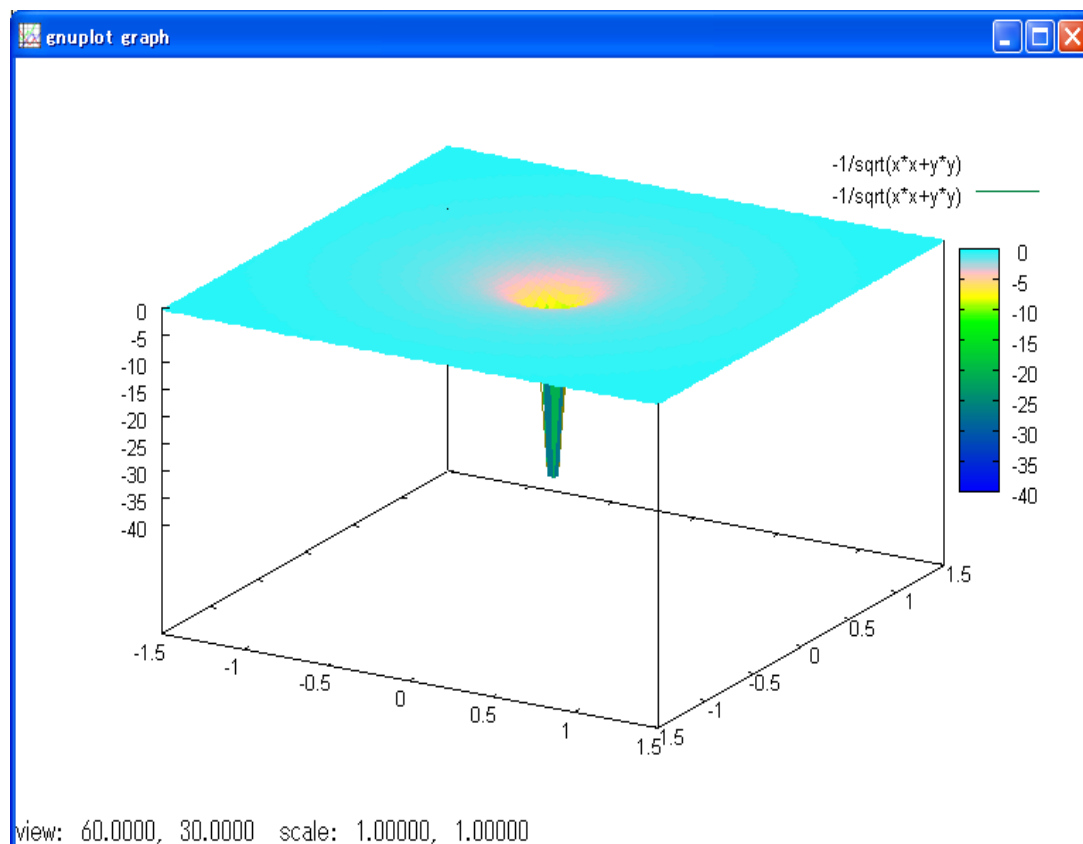


図1 gnuplot による重力ポテンシャルの描画

さまざまな関数のグラフについては[1]を参照のこと。

gnuplot では与えられた関数やテキストファイル (txt, csv など) に基づいてグラフを描くだけでなく、非線型方程式の解法、数値積分、微分方程式の解法、最小二乗法などの数値計算を行い、その結果を表示することもできる。

非線型方程式の解法は 2 つのプログラムから成り、下記は $f(x)=\sin(-x)-x-4=0$ のグラフを描き Newton 法によって解く例である。

```
#-----newton0.plt-----
#関数 f(x)とその導関数 g(x)の定義
f(x)=sin(-x)-x-4
g(x)=-cos(-x)-1
#f(x)をプロット
plot f(x) with lines ,0
#初期値を与える
x0=-1.0
#newton1.plt へ移行
i=0;x1=x0;load"newton1.plt"
```

```
#-----newton1.plt-----
i=i+1
#Newton 法による繰り返し
x2=x1-f(x1)/g(x1)
x1=x2
if(abs(f(x2))>0.001) reread
#結果を出力
ans=x2
print i,x2
#結果をグラフィック画面にも出力
set label sprintf("sin(-x)-x-4=0") at 0,5
set label gprintf("ans = %10.8f",ans) at 0,1
pause -1
```

解くべき方程式の関数とその導関数および初期値は `newton0.plt` で、解法手順と結果出力は別に `newton1.plt` で与える。束判定定数を 0.001 として繰り返しの結果、5 回目で $x = -4.967$ という解が求められた。

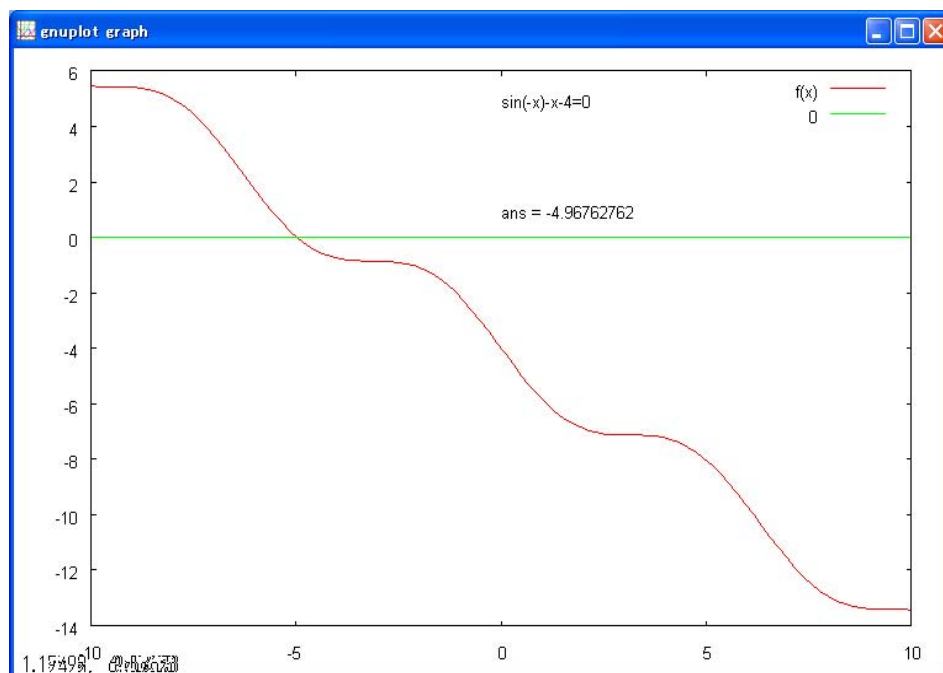


図 2 gnuplot による非線型方程式の解

数値積分や微分方程式においても関数や初期値を定義する部分と、Simpson や RungeKutta に基づいて実際に計算する部分とに分けて記述する。なお Scilab ではもっと簡潔にプログラミングできる。

回帰分析の例としてテキストファイル `ex.txt` (20 行 2 列) のデータを $f(x) = a/(1+b*x*x)$ で近似する。

fit `f(x)` "`data/ex.txt`" using 1:2 via a,b

とすればその結果誤差も含めて `a`, `b` の値が求まる。

`a=2.06521 ± 0.05472`
(2.65%)

`b=1.11246 ± 0.0822`
(7.389%)

図 3 において + 印は `ex.txt` のデータ値である。3 列のデータを与えれば同様な手続きで近似曲面の式 $z=f(x,y)$ を求めることができる。

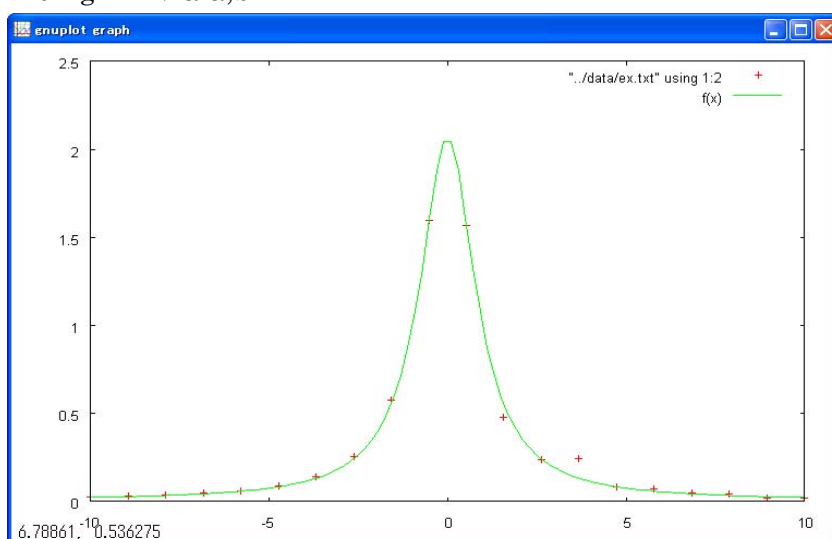


図 3 gnuplot による回帰分析

3) metasequoia による立体描画とアニメーション

metasequoia は O.Mizno 氏によって開発されたポリゴンモデラーで、立体のオブジェクトを作成・編集することができるソフトウェアであり、シェアウェア版とフリーウェア版 (metasequoia LE) の2種類が提供されている。一つの MQO ファイルはヘッダ、およびチャンクと呼ばれるひとまとまりのデータ群から構成される。またチャンクは階層構造をもつことができ、チャンクの中にチャンクが存在することがある。最も単純な MQO ファイルの構造は図 4 のようになる。これは4つの頂点で形成される正方形の平面を表す。MQO ファイルの vertex チャンクには、一行ごとに一つの頂点の x 座標, y 座標, z 座標が書かれる。

図 4 metasequoia のファイル構造

区切りは半角スペースで行うものの、これは CSV ファイルと似た構造をとる。そこで、予め三次元座標を書き出した CSV ファイルに面情報などを付け加え、区切りのカンマを半角スペースに置き換えることで CSV ファイルから MQO ファイルへの変換を試みた。具体的には次の処置を行うが、詳細については[2]で述べられている。

①.値の読み込み②（必要に応じて）(x,y,z)から(y,z,x)への座標の入れ替え③.第一キー：z 座標，第二キー：x 座標でソート④.面情報の生成⑤ファイルの書き出し。

図 5 は前述の重力ポテンシャル ($z = -\frac{c}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, c : 定数) の CSV データを変換し

した後 `metasequoia` で表示したものである。マウスのドラッグによる視点の変更やズームなどを簡単かつ滑らかに行うことが可能であり、表示形式の変更（面やグリッドの表示/非表示）も行える。さらに、形状データの編集（伸縮、消去、不可視化など）やスムージング処理など、グラフ描画ツールにはない操作を加えることもできる。

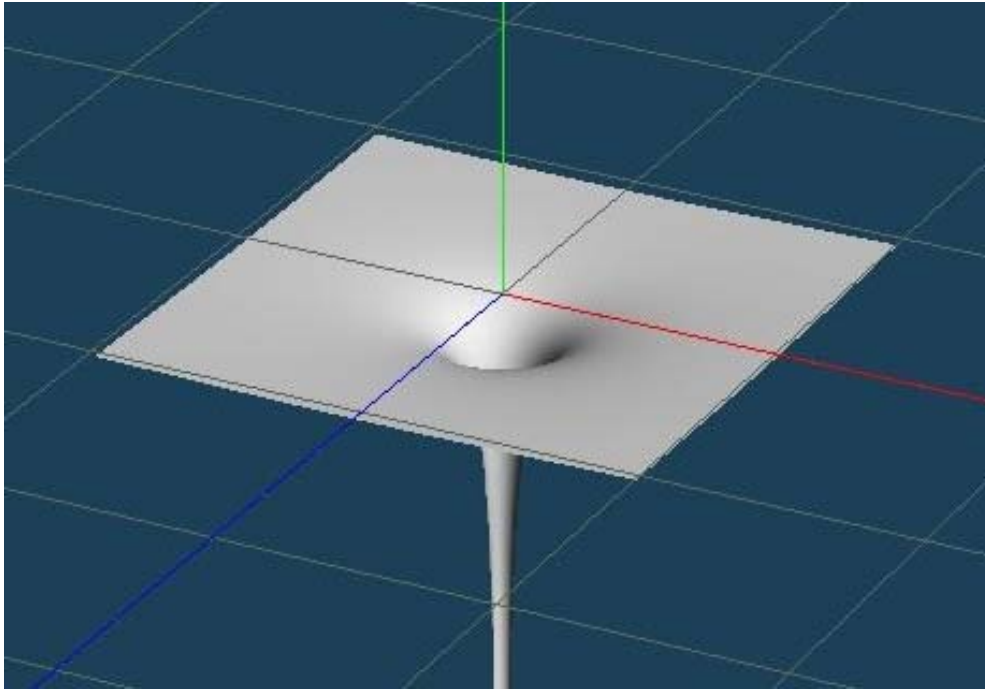


図5 metasequoia による重力ポテンシャルの描画

$z=f(x, y)$ で、 x と y が時間 t の関数で与えられたとき、各 t における z の運動状態を3Dアニメーションとして表示することができる。しかしmetasequoia単体では、オブジェクトの動作を扱うことはできない。そこでmetasequoia形式のデータをアニメーション作成に利用するために、適当な時間ステップごとのデータをmetasequoiaで表示してキャプチャし、それらを繋ぎ合わせてアニメーションGIFや動画を作った。例として水面を伝わる津波のシミュレーションのデータを用いた。このとき津波の伝播は流体の運動方程式と連続の式によって記述できるが、その偏微分方程式を差分方程式にして初期条件を与えて解いた。各時間ステップにおける各点の x 座標、 y 座標、水位 z を記録したCSVファイルを出力し、MQOファイルに変換してmetasequoiaで表示し、それぞれをキャプチャした画像を統合してアニメーションGIFを作成した。図6はアニメーションGIF作成に用いた画像の一部である。詳説は[2]に述べられている。

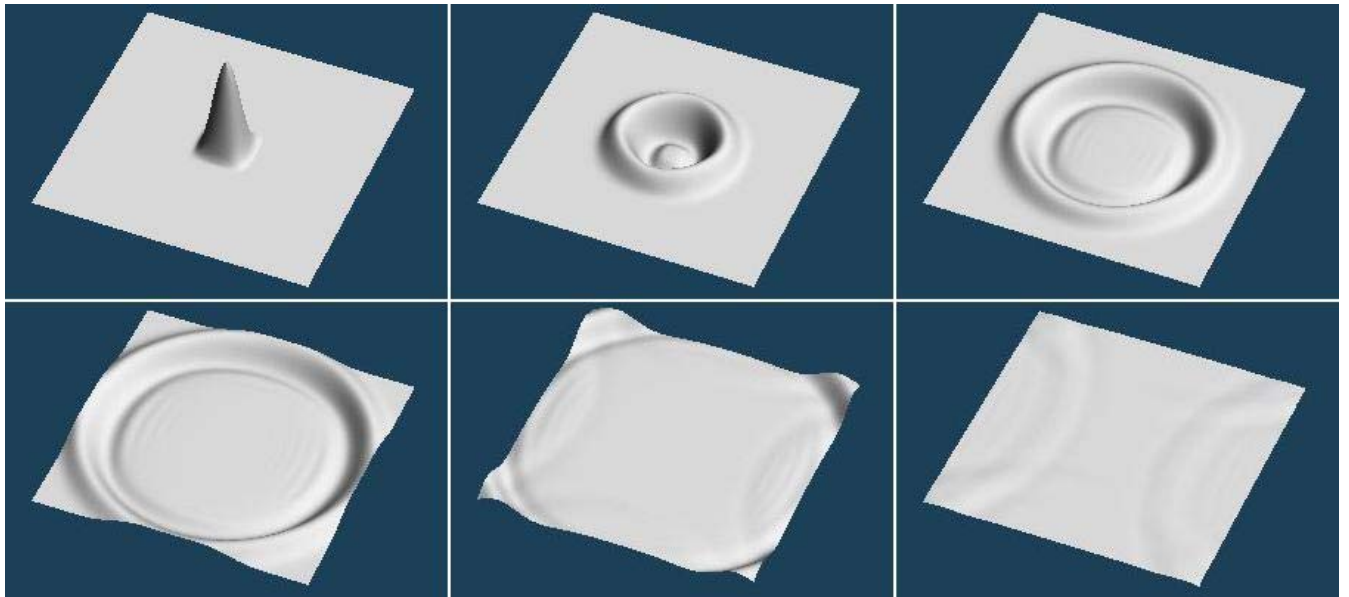


図 6 metasequoia によるアニメーションの素材

参考文献

- [1] 作花 <http://www.kcg.ac.jp/kcg/sakka/math/num/gnuplot/3d/gnu.htm>
- [2] 真尾 <http://web1.kcg.edu/~st000750/study/mqoanime.pdf>